

**Индивидуальные расчетные задания по квантовой механике
для студентов 4 курса, физический факультет, 2013/2014 уч. год.**

1. Решить уравнение Шредингера для частицы, находящейся в потенциальном поле

$$V(x) = V_0(e^{-2ax} - 2e^{-ax}); \quad V_0 > 0; \quad a > 0.$$

2. Найти волновые функции стационарных состояний и уровни энергии частицы в однородном поле тяжести g для случая, когда движение частицы ограничено снизу идеально отражающей плоскостью.

3. Найти волновые функции стационарных состояний и уровни энергии частицы в поле

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & x \leq 0; \\ \alpha x, & x > 0. \end{cases}$$

4. Найти энергетический спектр и нормированные волновые функции стационарных состояний гармонического осциллятора в импульсном представлении, исходя из решения уравнения Шредингера в этом представлении.

5. Найти энергетический спектр и нормированные волновые функции стационарных состояний частицы в поле

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0; \\ \frac{kx^2}{2}, & x \geq 0; k > 0. \end{cases}$$

6. Найти энергетический спектр и нормированные волновые функции стационарных состояний частицы в поле

$$U = \alpha x + \beta x^2; \quad \alpha > 0; \beta > 0.$$

7. Решить уравнение Шредингера для частицы, находящейся в потенциальном поле

$$U(x) = -\frac{U_0}{ch^2 \alpha x}; \quad U_0 > 0; \quad a > 0.$$

8. Найти волновые функции и уровни энергии частицы в поле вида

$$V(x) = V_0 \left(\frac{a}{x} - \frac{x}{a} \right)^2; \quad x > 0; \quad V_0 > 0; \quad a > 0$$

и показать, что энергетический спектр совпадает со спектром осциллятора.

9. Определить уровни энергии для частицы, находящейся в потенциальном поле

$$U(x) = -\frac{U_0}{\operatorname{ch}^2 \frac{x}{a}}; \quad U_0 > 0; \quad a > 0.$$

10. Определить уровни энергии и волновые функции частицы в поле

$$U(x) = U_0 \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi x}{a}; \quad 0 < x < a; \quad U_0 > 0; \quad a > 0.$$

11. Определить уровни энергии и волновые функции частицы в поле

$$U(x) = U_0 \operatorname{tg}^2 \frac{\pi x}{a}; \quad |x| < a/2; \quad U_0 > 0; \quad a > 0.$$

12. Найти уровни энергии и волновые функции частицы в одномерной кулоновской потенциальной яме, задаваемой потенциалом

$$U(x) = -\frac{e^2}{|x|}.$$

13. Решить уравнение Шредингера для частицы, находящейся в потенциальном поле

$$V(x) = V_0 \left(e^{-\alpha x} - 1 \right)^2; \quad V_0 > 0; \quad \alpha > 0.$$

14. Решить уравнение Шредингера для частицы, находящейся в потенциальном поле

$$V(x) = V_0 \left(e^{-x/a} - 1 \right)^2; \quad V_0 > 0; \quad a > 0.$$

15. Определить волновые функции заряженной частицы в однородном поле

$$U(x) = -F \cdot x.$$

16. Найти коэффициенты прохождения и отражения частиц в случае потенциала вида (потенциальная ступенька)

$$U(x) = \frac{U_0}{1 + e^{-\left(\frac{x}{a}\right)}}; \quad U_0 > 0; \quad a > 0.$$

Рассмотреть предельные случаи $E \rightarrow \infty$, $E \rightarrow U_0$.

17. Найти коэффициенты прохождения и отражения частиц в случае потенциала вида (потенциальная ступенька)

$$U(x) = \frac{U_0}{1 + e^{-\alpha x}}; \quad U_0 > 0; \quad \alpha > 0.$$

Рассмотреть предельные случаи $E \rightarrow \infty$, $E \rightarrow U_0$.

18. Определить коэффициент прохождения частиц через потенциальный барьер вида

$$U(x) = \frac{U_0}{ch^2 \frac{x}{a}}; \quad U_0 > 0; \quad a > 0.$$

19. Определить коэффициент прохождения частиц через потенциальный барьер вида

$$U(x) = \frac{U_0}{ch^2 \alpha x}; \quad U_0 > 0; \quad \alpha > 0.$$

20. Найти коэффициент прохождения частиц через потенциальный барьер вида

$$U(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ U_0 \left(1 - \frac{x}{a}\right), & x > 0; \end{cases} \quad U_0 > 0; \quad a > 0.$$

21. Найти энергетические уровни и волновые функции в декартовых координатах стационарных состояний плоского гармонического осциллятора.

22. Найти энергетические уровни и волновые функции в декартовых координатах стационарных состояний пространственного гармонического осциллятора.

23. Найти энергетические уровни и волновые функции стационарных состояний частицы в бесконечно глубокой двумерной потенциальной яме

$$U(\rho) = \begin{cases} 0, & \rho \leq a; \\ \infty, & \rho > a. \end{cases}$$

24. Найти энергетические уровни дискретного спектра частицы в двумерной потенциальной яме вида

$$U(\rho) = \begin{cases} -U_0, & \rho < a; \\ 0, & \rho \geq a. \end{cases}$$

25. Для частицы, находящейся в двумерном поле

$$U(\rho) = -\alpha\delta(\rho - a); \quad \alpha > 0; \quad a > 0,$$

найти энергетические уровни дискретного спектра.

26. Найти энергетические уровни энергии частицы дискретного спектра в двумерном поле

$$U(\rho) = -\frac{\alpha}{\rho}; \quad \alpha > 0.$$

27. Найти уровни энергии и нормированные волновые функции стационарных состояний сферического осциллятора $U(r) = \frac{kr^2}{2}$, используя метод разделения переменных в декартовых координатах. Определить кратность вырождения уровней.

28. Найти уровни энергии и нормированные волновые функции стационарных состояний сферического осциллятора $U(r) = \frac{kr^2}{2}$, исходя из решения уравнения Шредингера в сферических координатах. Определить кратность вырождения уровней.

29. Найти энергетические уровни частицы в поле

$$U(r) = -\alpha\delta(r - a); \quad \alpha > 0; \quad a > 0.$$

Каково условие существования состояний дискретного спектра с моментом $l = 0$?

30. Найти уровни энергии дискретного спектра с $l = 0$ для частицы в поле

$$U(r) = -U_0 e^{-\frac{r}{a}}; \quad U_0 > 0; \quad a > 0.$$

31. Определить уровни энергии частицы, движущейся в центрально-симметричном поле с потенциальной энергией

$$U(r) = \frac{A}{r^2} - \frac{B}{r}; \quad A, B > 0.$$

32. Частица находится в потенциальном поле

$$U(r) = -\frac{e^2}{r} + \frac{C}{r^2}; \quad C > 0.$$

Найти уровни энергии частицы и соответствующие им волновые функции.

33. Определить уровни энергии частицы, движущейся в центрально-симметричном поле с потенциальной энергией

$$U(r) = \frac{A}{r^2} + Br^2; \quad A, B > 0.$$

34. Исследовать движение частицы в одномерном поле

$$U = \begin{cases} \infty, & x < 0; \\ \frac{k(x-a)^2}{2}, & x \geq 0; \end{cases} \quad k > 0; \quad a > 0.$$

35. Исследовать движение частицы в одномерном поле

$$U = \begin{cases} \frac{ka^2}{2} = \text{const}; & |x| > a; \\ \frac{kx^2}{2}, & |x| \leq a; \end{cases} \quad k > 0, \quad a > 0.$$

36. Определить уровни энергии частицы, движущейся в центрально-симметричном поле с потенциальной энергией

$$U(r) = \begin{cases} -U_0, & 0 \leq r < a_1; \quad U_0 > 0; \\ 0, & a_1 < r \leq a_2; \\ \infty, & r > a_2. \end{cases}$$

37. Определить уровни энергии частицы, движущейся в центрально-симметричном поле с потенциальной энергией

$$U(r) = \begin{cases} U_0, & 0 \leq r < a_1; \quad U_0 > 0; \\ 0, & a_1 < r \leq a_2; \\ \infty, & r > a_2. \end{cases}$$

38. Определить уровни энергии частицы, движущейся в центрально-симметричном поле с потенциальной энергией

$$U(r) = \begin{cases} 0, & 0 \leq r < a_1; \quad U_0 > 0; \\ -U_0, & a_1 < r \leq a_2; \\ \infty, & r > a_2. \end{cases}$$

39. Определить уровни энергии частицы, движущейся в центрально-симметричном поле с потенциальной энергией

$$U(r) = \begin{cases} 0, & 0 \leq r < a_1; \\ U_0, & a_1 < r \leq a_2; \quad U_0 > 0; \\ \infty, & r > a_2. \end{cases}$$

40. Найти волновые функции и уровни энергии частицы в одномерном поле

$$U(x) = U_0 \left(\frac{1}{x^2} + x^2 \right); \quad U_0 > 0.$$

41. Определить уровни энергии частицы, движущейся в центрально-симметричном поле с потенциальной энергией

$$U(r) = \begin{cases} -U_0, & 0 \leq r \leq a; \\ 0, & a < r \leq b; \quad (U_0 > 0). \\ \infty, & r > b; \end{cases}$$